

**Problem:** Wir betrachten das Vorderrad eines Fahrrades (28 Zoll). Die Felge hat einen Durchmesser von 64cm. Der aufgepumpte Schlauch hat mit dem 1,5mm dicken Mantel einen Durchmesser von 5,9cm. (Wir nehmen an, dass der Schnitt durch Mantel und Schlauch einen Kreis darstellt!)

**Wie viel Liter Luft sind in den Schlauch gepumpt?**

**Arbeitsschritt I:**

Zur Lösung des Problems benötigen wir das **KREISINTEGRAL** (Beispiel  $r=5$ )

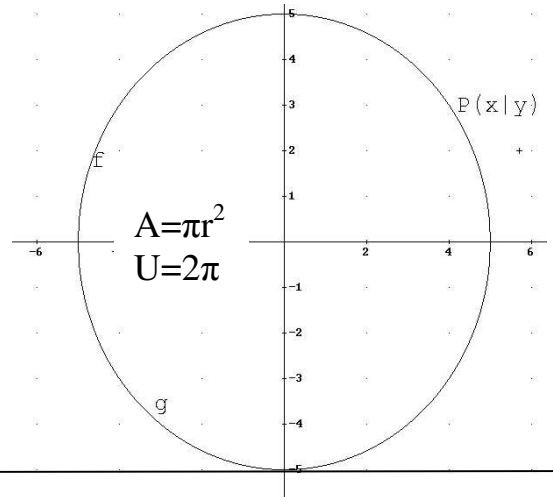
Für jeden Punkt P des Kreises gilt  $x^2+y^2=25$  ( $r^2$ )  
Leiten Sie die Funktionsgleichungen für f und g her.

$f(x)=$   $g(x)=$

Begründen Sie ohne Bildung einer Stammfunktion:

$$\int_{-5}^5 \sqrt{25-x^2} dx = \frac{25}{2} \pi \quad (\text{allgemein } \int_{-r}^r \sqrt{r^2-x^2} dx = \frac{r^2}{2} \pi)$$

Anmerkung: Mit Grundkursmitteln werden Sie keine Stammfunktion zu den benutzten Funktionen finden!



**Arbeitsschritt II:**

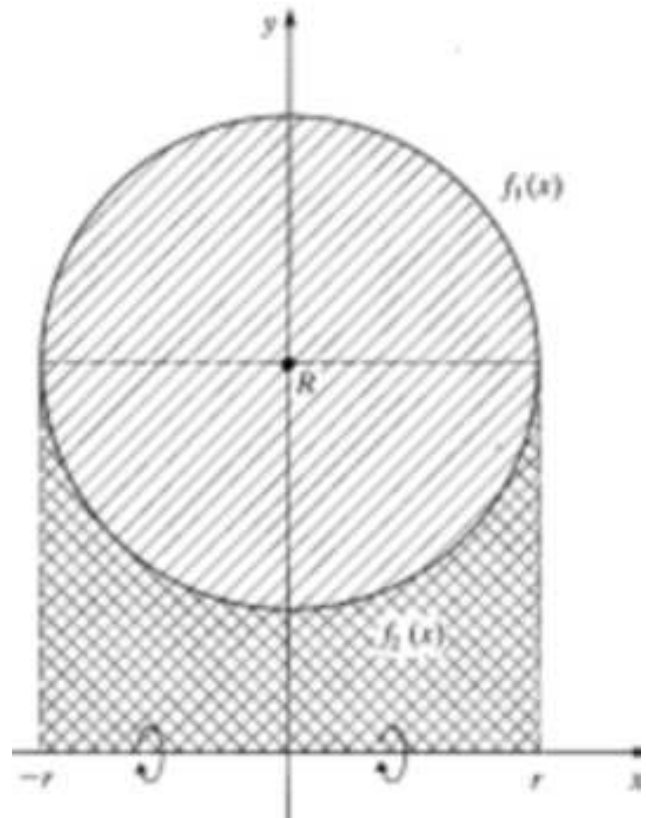
**Darstellung des Schlauchs als Rotationskörper**

Bei den angegebenen Maßen für den Schlauch, der übrigens in der Mathematik TORUS genannt wird, gilt:

$R =$  cm und  $r =$  cm

$f_1$  und  $f_2$  haben die Funktionsgleichungen:

$f_1(x) = \sqrt{\dots\dots\dots} + \dots\dots$  ;  $f_2(x) = -\sqrt{\dots\dots\dots} + \dots\dots$



**Arbeitsschritt III:**

**Berechnung des Volumens**

$$\begin{aligned} V &= V_1 - V_2 = \pi \cdot \int_{-2,8}^{2,8} (\dots\dots\dots)^2 dx - \pi \cdot \int_{-2,8}^{2,8} (\dots\dots\dots)^2 dx \\ &= \pi \cdot \int_{-2,8}^{2,8} [(\dots\dots\dots)^2 - (\dots\dots\dots)^2] dx \\ &= 139,2 \cdot \pi \int_{-2,8}^{2,8} \dots\dots\dots dx \end{aligned}$$

Mit der Kenntnis des Kreisintegrals ergibt sich ein Volumen von  $cm^3 =$  l.

**Arbeitsschritt III:**

Bestätigen Sie die allgemeine Volumenformel für einen Torus  $V = 2\pi^2 r^2 R$